

La théorie de la décisionExemple 1: La décision du chancelier allemand Gerhard Schröder**Les options:**

O1: Poser la question de la confiance

O2: Continuer normalement

Les circonstances pertinentes:

(Ce sont des états de choses possibles pas encore connus qui influencent la probabilité des conséquences évaluées des options ouvertes sur lesquelles l'agent n'a pas d'influence.)

C1: développement favorable de l'économie mondiale en 2005-2006

non C1: développement défavorable de l'économie mondiale en 2005-2006

Les conséquences possibles évaluées:

E1: pouvoir réaliser une politique raisonnable en 2005-2006

non E1: ne pas pouvoir réaliser une politique raisonnable en 2005-2006

E2: être réélu

non E2: ne pas être réélu

Les valeurs subjectives des conséquences évaluées: $V(E1 \text{ et } E2) = 10$ $V(E1 \text{ et non } E2) = 2$ $V(\text{non } E1 \text{ et } E2) = 8$ $V(\text{non } E1 \text{ et non } E2) = 0$ **Les probabilités conditionnelles:**

	O1 et C1	O1 et non C1	O2 et C1	O2 et non C1
E1 et E2	0,2	0,2	0	0
E1 et non E2	0	0	0	0
non E1 et E2	0,2	0,2	0,3	0,1
non E1 et non E2	0,6	0,6	0,7	0,9

Les probabilités des circonstances:

Prob (C) = 0,2

Prob (non C) = 0,8

La valeur attendue des deux options:

VA(O1) =

$$\begin{aligned} & V(E1 \text{ et } E2) \times \text{Prob}(E1 \text{ et } E2 / O1 \text{ et } C) \times \text{Prob}(C) \\ & + V(E1 \text{ et non } E2) \times \text{Prob}(E1 \text{ et non } E2 / O1 \text{ et } C) \times \text{Prob}(C) \\ & + V(\text{non } E1 \text{ et } E2) \times \text{Prob}(\text{non } E1 \text{ et } E2 / O1 \text{ et } C) \times \text{Prob}(C) \\ & + V(\text{non } E1 \text{ et non } E2) \times \text{Prob}(\text{non } E1 \text{ et non } E2 / O1 \text{ et } C) \times \text{Prob}(C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & V(E1 \text{ et } E2) \times \text{Prob}(E1 \text{ et } E2 / O1 \text{ et non } C) \times \text{Prob}(\text{non } C) \\ & + V(E1 \text{ et non } E2) \times \text{Prob}(E1 \text{ et non } E2 / O1 \text{ et non } C) \times \text{Prob}(\text{non } C) \\ & + V(\text{non } E1 \text{ et } E2) \times \text{Prob}(\text{non } E1 \text{ et } E2 / O1 \text{ et non } C) \times \text{Prob}(\text{non } C) \\ & + V(\text{non } E1 \text{ et non } E2) \times \text{Prob}(\text{non } E1 \text{ et non } E2 / O1 \text{ et non } C) \times \text{Prob}(\text{non } C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} = & 10 \times 0,2 \times 0,2 \\ & + 2 \times 0 \\ & + 8 \times 0,2 \times 0,2 \\ & + 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + 10 \times 0,2 \times 0,8 \\ & + 2 \times 0 \\ & + 8 \times 0,2 \times 0,8 \\ & + 0 \end{aligned}$$

$$= 0,4 + 0,32 + 1,6 + 1,28 = \mathbf{3,6}$$

VA (O2) =

$$\begin{aligned} & V(E1 \text{ et } E2) \times \text{Prob}(E1 \text{ et } E2 / O2 \text{ et } C) \times \text{Prob}(C) \\ & + V(E1 \text{ et non } E2) \times \text{Prob}(E1 \text{ et non } E2 / O2 \text{ et } C) \times \text{Prob}(C) \\ & + V(\text{non } E1 \text{ et } E2) \times \text{Prob}(\text{non } E1 \text{ et } E2 / O2 \text{ et } C) \times \text{Prob}(C) \\ & + V(\text{non } E1 \text{ et non } E2) \times \text{Prob}(\text{non } E1 \text{ et non } E2 / O2 \text{ et } C) \times \text{Prob}(C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & V(E1 \text{ et } E2) \times \text{Prob}(E1 \text{ et non } E2 / O2 \text{ et non } C) \times \text{Prob}(\text{non } C) \\ & + V(E1 \text{ et non } E2) \times \text{Prob}(E1 \text{ et non } E2 / O2 \text{ et non } C) \times \text{Prob}(\text{non } C) \\ & + V(\text{non } E1 \text{ et } E2) \times \text{Prob}(\text{non } E1 \text{ et } E2 / O2 \text{ et non } C) \times \text{Prob}(\text{non } C) \\ & + V(\text{non } E1 \text{ et non } E2) \times \text{Prob}(\text{non } E1 \text{ et non } E2 / O2 \text{ et non } C) \times \text{Prob}(\text{non } C) \end{aligned}$$

$$= 8 \times 0,3 \times 0,2 + 0 + 8 \times 0,1 \times 0,8 + 0 = 0,48 + 0,64 = \mathbf{1,12}$$

Résultat: La valeur attendue de la première option (poser la question de la confiance) est plus élevée que la valeur attendue de la deuxième option. Etant données les valeurs subjectives et les probabilités présupposées, la décision de Schröder est rationnelle.

Définition:

Si Ok est une option ouverte pour un agent à un moment donné et si C1, C2Cn sont les circonstances pertinentes et si E1, E2,Em sont les conséquences pertinentes évaluées et si V est la fonction qui donne pour chaque combinaison de conséquences la valeur subjective de l'agent et si Prob est la fonction qui donne les probabilités subjectives pertinentes, alors la valeur attendue VA (Ok) de cette option est définie comme suit:

VA (Ok) =

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m V(E_i) \times \text{Prob}(E_i / \text{Ok et } C_j) \times P(C_j)$$

Thèse centrale de la théorie de la décision:

Un agent rationnel choisit l'option (une des options) avec la valeur attendue la plus élevée (relative à ses propres valeurs subjectives et à ses propres probabilités subjectives).

Remarque: On doit distinguer une lecture descriptive et une lecture normative de cette thèse.

Exemple 2: La décision des parents du petit footballeur

Les options:

O1: Permettre à l'enfant de participer au match

O2: Ne pas permettre à l'enfant de participer au match

Les circonstances pertinentes:

C1: mauvais temps

non C1: beau temps

Les conséquences possibles évaluées:

E1: joie de l'enfant causée par sa participation

non: E1: pas de joie de l'enfant causée par sa participation

E2: l'enfant est en forme pendant la semaine suivante

non E2: l'enfant est malade pendant la semaine suivante

Les valeurs subjectives des conséquences évaluées:

$V(E1 \text{ et } E2) = 10$

$V(E1 \text{ et non } E2) = 4$

$V(\text{non } E1 \text{ et } E2) = 7$

$V(\text{non } E1 \text{ et non } E2) = 0$

Les probabilités conditionnelles:

	O1 et C1	O1 et non C1	O2 et C1	O2 et non C1
E1 et E2	0,7	1	0	0
E1 et non E2	0,3	0	0	0
non E1 et E2	0	0	1	1
non E1 et non E2	0	0	0	0

Les probabilités des circonstances:

Prob (C) = 0,5

Prob (non C) = 0,5

La valeur attendue des deux options:

$VA(O1) = 10 \times 0,7 \times 0,5 + 4 \times 0,3 \times 0,5 + 10 \times 1 \times 0,5 = \mathbf{9,1}$

$VA(O2) = 7 \times 1 \times 0,5 + 7 \times 1 \times 0,5 = \mathbf{7}.$

Résultat: La valeur attendue de la première option (laisser l'enfant participer au match) est plus élevée que la valeur attendue de la deuxième option. Etant données les valeurs subjectives et les probabilités subjectives des parents il est rationnel pour eux de donner à l'enfant la permission de participer au match.